

**Concursul de Matematică Valeriu Alaci - 2017, etapa online**  
**Clasa a XI-a, Secțiunea Matematică-Informatică**

(10pt) **1.** Fie  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \sqrt[3]{x^3 + 3x^2 + 2x + 1} - \sqrt[3]{x^3 - x^2 + 1}$ . Determinați asimptota la  $\infty$  la graficul funcției  $f$ .

**a)**  $y = \frac{4}{3}$

b)  $y = x + 1$

c)  $y = \frac{3}{4}$

d)  $y = -x + 1$

e)  $y = -\frac{4}{3}$

f)  $y = -x$

g) nu știu

(10pt) **2.** Fie  $a_n = \lim_{x \rightarrow 0} (1 - x \sin nx)^{\frac{1}{x^2}}$  și  $b_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ . Atunci,  $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$  este:

a) 1

b) 0

**c)**  $\frac{1}{e-1}$

d) nu există

e)  $\frac{1}{e+1}$

f)  $\infty$

g) nu știu

(10pt) **3.** Să se calculeze determinantul

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & x & x^2 & x^3 \\ x^3 & x^2 & x & 1 \\ 1 & 2x & 3x^2 & 4x^3 \\ 4x^3 & 3x^2 & 2x & 1 \end{vmatrix}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

**a)**  $x^2(x^2 - 1)^4$

b) 0

c)  $x(x^2 - 1)$

d)  $x^2(x^2 - 1)$

e)  $(x^2 - 1)^4$

f)  $x(x^2 - 1)^4$

g) nu știu

(10pt) **4.** Fie  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - x, & x \leq 1 \\ \ln(x^2 + x - 1) + ax + b, & x > 1 \end{cases}$ . Determinați parametrii reali  $a$  și  $b$  astfel încât funcția  $f$  să fie continuă pe domeniul de definiție și  $\lim_{x \rightarrow 1, x < 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1, x > 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$ .

**a)**  $a = 0, b = 1$

b)  $a = 3, b = 2$

c)  $a = 2, b = 0$

d)  $a = 2, b = 2$

e)  $a = 2, b = -3$

f)  $a = 3, b = -2$

g) nu știu

(10pt) **5.** Calculați  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x3^x - 3}{x5^x - 5}$ .

a)  $\frac{3}{5}$

b)  $\frac{\ln 3}{\ln 5}$

**c)**  $\frac{3+3\ln 3}{5+5\ln 5}$

d) nu există

e)  $\frac{3\ln 3}{5\ln 5}$

f)  $\infty$

g) nu știu

(10pt) **6.** Fie  $\omega$  o rădăcină a ecuației  $x^2 + x + 1 = 0$  și matricea

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \omega & \omega^2 \\ 1 & \omega^2 & \omega \end{pmatrix}.$$

Atunci  $A^{100}$  este:

- a)  $A$   
 b)  $I_3$   
 c)  $3^{25}I_3$   
d)  $3^{100}I_3$   
 e)  $3^{50}I_3$   
f)  $A^2$   
g) nu știu

(10pt) **7.** Fie  $A, B \in M_{2018}(\mathbb{C})$  astfel încât  $A + B = O_{2018}$ . Dacă  $\det A = 1$  atunci determinantul lui  $B$  are valoarea:

- a) 0  
 b) -1  
 c) 1  
d) 2017  
e) 2018  
f) -2018  
g) nu știu

(10pt) **8.** În reperul cartezian canonic  $xOy$  se consideră punctele  $A(2, 3), B(2m+1, 2)$  și  $C(3, 2m+2)$ ,  $m \in \mathbb{R}$ . Care este valoarea parametrului  $m$  pentru care aria triunghiului ABC este minimă?

- a)  $\frac{1}{2}$   
b) 1  
c) -3  
d) 0  
e) 2  
f) -2  
g) nu știu

(10pt) **9.** Pentru orice  $x \in [0, 1)$ , definim suma  $S_n(x) = \sqrt{1-x} + x\sqrt{1-x} + \dots + x^{n-1}\sqrt{1-x}$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ . Notăm  $l = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n(x)$ . Atunci:

- a)  $l = \frac{\sqrt{1-x}}{1-x}$   
b)  $l = x$   
c)  $l = \frac{\sqrt{1-x}}{x}$   
d)  $l = \sqrt{1-x}$   
e)  $l = \frac{\sqrt{x}}{1-x}$   
f)  $l = 0$   
g) nu știu

(10pt) **10.** Fie  $A \in M_{2017}(\mathbb{C})$  cu  $\text{rang } A = 2015$ . Adjuncta  $A^*$  a lui  $A$  este:

- a)  $O_{2017}$   
b)  $I_{2017}$   
c)  $-A$   
d)  $A$   
e)  $A + I_{2017}$   
f)  $-I_{2017}$   
g) nu știu

(10pt) **11.** Calculând  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{a_1^x + a_2^x + \dots + a_n^x}{n} \right) \frac{1}{\sin x}$ , cu  $a_i > 0, i = 1, \dots, n, n \in \mathbb{N}, n \geq 2$ , obținem:

- a)  $(a_1 a_2 \dots a_n)^n$   
 b)  $\sqrt[n]{a_1 a_2 \dots a_n}$   
c)  $a_1 a_2 \dots a_n$   
d)  $\ln(a_1 a_2 \dots a_n)$   
e) 0  
f)  $e^{a_1 a_2 \dots a_n}$   
g) nu știu

(10pt) **12.** Fie matricea  $A \in M_n(\mathbb{R}), n \in \mathbb{N}, n \geq 2$ ,  $A = \begin{pmatrix} 1-n & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1-n & 1 & \dots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1-n \end{pmatrix}$ .

Valoarea determinantului lui  $A$  este:

- a)  $n$   
b)  $-n$   
c) 1  
 d) 0  
e) -1  
f)  $n + 1$   
g) nu știu