

Concursul de Matematică "Valeriu Alaci" - 2018, etapa online
Clasa a X-a, Secțiunea Matematică-Informatică

(10pt) **1.** Se consideră mulțimea $M = \{\lg 1, \lg 2, \lg 3, \dots, \lg 2018\}$. Câte numere din M au partea întreagă egală cu 3?

- a) 1019 b) 2015 c) 899 d) 0 e) 1918 f) 1018

(10pt) **2.** Fie $f : \mathbb{R} \setminus \{-\frac{4}{3}\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{\frac{2}{3}\}$, $f(x) = \frac{2x}{3x+4}$. Dacă g este o funcție astfel încât $f(g(x)) = x$ pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{\frac{2}{3}\}$, atunci valoarea lui $g(2)$ este

- a) 2 b) -2 c) -1 d) $\frac{1}{2}$ e) 0 f) -4

(10pt) **3.** Determinați valoarea sumei $x + y$, dacă $2^{x+1} + 2^x = 3^{y+2} - 3^y$, $x, y \in \mathbb{Z}$.

- a) 0 b) 3 c) 4 d) -1 e) 1 f) 2

(10pt) **4.** Dacă funcția $f : [-1, 1] \rightarrow [a, b]$, $f(x) = x^2 - x + 1$ este surjectivă, atunci valoarea expresiei $a - b$ este egală cu

- a) 2 b) -2 c) $\frac{3}{4}$ d) $-\frac{9}{4}$ e) -3 f) 3

(10pt) **5.** Câte numere complexe z de modul 2018 au proprietatea $z - \frac{1}{z} \in \mathbb{R}$?

- a) 0 b) 1 c) 2 d) 4 e) 2018 f) *o infinitate*

(10p) **6.** Dacă numerele reale x și y verifică relația $x - iy = [(1 - i)(-1 + i\sqrt{3})]^3$, atunci valoarea expresiei $x - y$ este

- a) 32 b) 16 c) 0 d) 24 e) -16 f) -32

(10p) **7.** Determinați imaginea funcției $f : [1, 6561] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \log_3^4 x + 16 \log_3^2 x \cdot \log_3 \frac{81}{x}$.

- a) $[1, 81]$ b) $[0, 256]$ c) $[0, 144]$ d) $[1, 144]$ e) $[-16, 0]$ f) $[0, 16]$

(10p) **8.** Fie x_1, x_2 soluțiile reale ale ecuației $7^{1+2x} + 5^{1+x} = 35 + 245^x$. Atunci:

- a) $x_1 + x_2 = \frac{1}{2}$ b) $x_1 = x_2$ c) $x_1 \cdot x_2 = \frac{1}{2}$
d) $x_1 > 1, x_2 > 1$ e) $x_1 < 0, x_2 > 0$ f) $x_1, x_2 \in (0, 1)$.

(10p) **9.** Se consideră numerele complexe $z_1 = \frac{17-5i}{11+6i}$ și $z_2 = \frac{5+13i}{9+4i}$. Calculați $z_1^{2018} + z_2^{2018}$.

- a) 0 b) $2^{1010}i$ c) -4^{505} d) 1 e) $-4^{505}i$ f) 2^{1010}

(10p) **10.** Soluția ecuației $\log_3 x + \log_5 x = 1$ verifică relația

- a) $\ln x = \frac{\ln 3 - \ln 5}{\ln 3 \cdot \ln 5}$ b) $\ln x = \frac{\ln 3 - \ln 5}{\ln 3 + \ln 5}$ c) $\ln x = \frac{\ln 3 \cdot \ln 5}{\ln 5 - \ln 3}$
d) $\ln x = \frac{\ln 3 + \ln 5}{\ln 3 \cdot \ln 5}$ e) $\ln x = \frac{\ln 3 + \ln 5}{\ln 5 - \ln 3}$ f) $\ln x = \frac{\ln 3 \cdot \ln 5}{\ln 5 + \ln 3}$

[illegible]

- a) $1,67 \cdot 10^{-24} \text{ g}$ b) $0,167 \cdot 10^{-24} \text{ g}$ c) $1,67 \cdot 10^{-23} \text{ g}$
d) $1,67 \cdot 10^{-25} \text{ g}$ e) $16,7 \cdot 10^{-25} \text{ g}$ f) $0,167 \cdot 10^{-23} \text{ g}$

(10p) **12.** Determinați numărul real a cu proprietatea $\sqrt{a} + \sqrt{a+5} = \sqrt{a+1} + \sqrt{a+3}$.

- a) $\frac{169}{124}$ b) $\frac{121}{169}$ c) $\frac{11}{13}$ d) $\frac{169}{121}$ e) $\frac{13}{11}$ f) $\frac{121}{168}$

Răspunsuri:

1. a ; 2. b ; 3. c; 4. d; 5. c; 6. f; 7. b; 8. c; 9. a; 10. f; 11. a; 12. f.