

Concursul de Matematică "Valeriu Alaci" - 2018, etapa online
Clasa a X-a, Secțiunea Științele Naturii, Tehnologic, Economic

(10pt) **1.** Rezolvați pe mulțimea numerelor reale ecuația $\log_x 2 + \log_{x^2} 4 - \log_{2x} 4 = 1$.

- a) $\{\frac{1}{4}, 2\}$ b) $\{\sqrt{2}, 2\}$ c) $\{\frac{1}{2}, 2\}$ d) $\{2, 4\}$ e) $\emptyset$ f) $\{2\}$

[illegible]

- a) $1,67 \cdot 10^{-24} \text{ g}$ b) $0,167 \cdot 10^{-24} \text{ g}$ c) $1,67 \cdot 10^{-23} \text{ g}$
d) $1,67 \cdot 10^{-25} \text{ g}$ e) $16,7 \cdot 10^{-25} \text{ g}$ f) $0,167 \cdot 10^{-23} \text{ g}$

(10pt) **3.** Soluția ecuației $\log_3 x + \log_5 x = 1$ verifică relația

- a) $\ln x = \frac{\ln 3 - \ln 5}{\ln 3 \cdot \ln 5}$ b) $\ln x = \frac{\ln 3 - \ln 5}{\ln 3 + \ln 5}$ c) $\ln x = \frac{\ln 3 \cdot \ln 5}{\ln 5 - \ln 3}$
d) $\ln x = \frac{\ln 3 + \ln 5}{\ln 3 \cdot \ln 5}$ e) $\ln x = \frac{\ln 3 + \ln 5}{\ln 5 - \ln 3}$ f) $\ln x = \frac{\ln 3 \cdot \ln 5}{\ln 5 + \ln 3}$

(10pt) **4.** Determinați valoarea sumei $x + y$, dacă $2^{x+1} + 2^x = 3^{y+2} - 3^y$, $x, y \in \mathbb{Z}$.

- a) 0 b) 3 c) 4 d) -1 e) 1 f) 2

(10pt) **5.** Se consideră mulțimea $M = \{\lg 1, \lg 2, \lg 3, \dots, \lg 2018\}$. Câte numere din M au partea întreagă egală cu 3?

- a) 1019 b) 2015 c) 899 d) 0 e) 1918 f) 1018

(10p) **6.** Fie $f : \mathbb{R} \setminus \{-\frac{4}{3}\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{\frac{2}{3}\}$, $f(x) = \frac{2x}{3x+4}$. Dacă g este o funcție astfel încât $f(g(x)) = x$ pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{\frac{2}{3}\}$, atunci valoarea lui $g(2)$ este

- a) 2 b) -2 c) -1 d) $\frac{1}{2}$ e) 0 f) -4

(10p) 7. Determinați numărul real a cu proprietatea $\sqrt{a} + \sqrt{a+5} = \sqrt{a+1} + \sqrt{a+3}$.

- a) $\frac{169}{124}$ b) $\frac{121}{169}$ c) $\frac{11}{13}$ d) $\frac{169}{124}$ e) $\frac{13}{11}$ f) $\frac{121}{168}$

(10p) **8.** Dacă numerele reale x și y verifică relația $x - iy = \frac{-1+i\sqrt{3}}{1+i}$, unde $i^2 = -1$, atunci valoarea expresiei $x + y$ este

- a) $\sqrt{3}$ b) $1 + 1\sqrt{3}$ c) 0 d) 1 e) $-\sqrt{3}$ f) -1

(10p) **9.** Dacă funcția $f : [-1, 1] \rightarrow [a, b]$, $f(x) = x^2 - x + 1$ este surjectivă, atunci valoarea expresiei $a - b$ este egală cu

- a) 2 b) -2 c) $\frac{3}{4}$ d) $-\frac{9}{4}$ e) -3 f) 3

(10p) **10.** Se consideră expresia $E(x) = \sqrt{x} \cdot \sqrt[5]{x^2 \cdot \sqrt[3]{x}}$, $x \in [0, \infty)$. Calculați $E(\sqrt[29]{32})$.

- a) $\sqrt[5]{2}$ b) 2 c) $2\sqrt[3]{4}$ d) $\sqrt[3]{2}$ e) $2\sqrt[3]{2}$ f) 4

(10p) **11.** Determinați valorile lui $x \in \mathbb{R}$ pentru care are sens expresia $E = \arccos \frac{2-x}{2+x}$.

a) $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2\}$

b) $x \in (-\infty, -2)$

c) $x \in (-\infty, -2) \cup [0, \infty)$

d) $x \in [0, \infty)$

e) $x \in [2, \infty)$

f) $x \in (-2, \infty)$

(10p) **12.** Dacă m, n, p sunt numere naturale ce verifică relația $(m + ni)^3 = p + 11i$, $i^2 = -1$, calculați $m + n + p$.

a) 1

b) 5

c) 3

d) 7

e) 22

f) 11

Răspunsuri:

1. a; 2. a; 3. f; 4. c; 5. a; 6. b; 7. f; 8. f; 9. d; 10. d; 11. d; 12. b.