



Concursul de Matematică Valeriu Alaci - 2015

Test clasa a X-a Secțiunea Mate-Info - faza de calificare

(10pt) 1. Să se ordoneze crescător numerele $a = \sqrt{2}$, $b = \sqrt[3]{3}$, $c = \sqrt[4]{4}$.

- a) $a < b < c$ b) $c < a < b$ c) $a < c < b$ d) $b < a = c$ e) $a = c < b$ f) $a = b = c$

(10pt) 2. Să se calculeze $\log_3 \sqrt[3]{1,5}$, știind că $\log_2 3 = a$.

- a) $\frac{1-a}{3}$ b) $\frac{1-a}{3a}$ c) $\frac{a-1}{3}$ d) $\frac{a-1}{3a}$ e) $\frac{3(a-1)}{a}$ f) $\frac{3(1-a)}{a}$

(10pt) 3. Care este numărul real a pentru care $\frac{1}{\log_a \pi} + \frac{1}{\log_{a^2} \pi} + \frac{1}{\log_{a^3} \pi} + \frac{1}{\log_{a^4} \pi} = 10$?

- a) 10 b) $\frac{\pi}{10}$ c) 10π d) $\frac{1}{10}$ e) π f) nu există

(10pt) 4. Fie funcția $f : D \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{2015 - \sqrt{x-1}}$, unde $D = [a, b]$, $a, b \in \mathbb{R}$, este domeniul maxim de definiție. Atunci $\log_b a$ este:

- a) 0 b) $\frac{1}{2015}$ c) 1 d) 2015 e) 2015^2 f) nu se poate.

(10pt) 5. Fie $z = \frac{(1-3i)(1+i)}{1-i}$. Atunci $|z|^2 - \operatorname{Re} z - \operatorname{Im} z$ este:

- a) 0 b) 1 c) 6 d) $\sqrt{10} - 3$ e) $\sqrt{10} - 4$ f) 8.

(10p) 6. Dacă notăm cu I intensitatea unui cutremur și cu M magnitudinea lui pe scara Richter, atunci $M = \log_{10} \frac{I}{S}$, unde S este intensitatea unui cutremur standard. Să se determine diferența dintre magnitudinile a două cutremure, dacă unul este de 40 de ori mai intens ca celălalt (se consideră $\log_{10} 2 = 0,3$).

- a) 4 b) 1,6 c) 2 d) 0,6 e) 1,2 f) 2,2

(10p) 7. Dacă $60^x = 3$ și $60^y = 5$, atunci $12^{[(1-x-y)/(1-y)]}$ este:

- a) 3 b) 4 c) 5 d) 9 e) 12 f) 60.

(10p) 8. Să se determine toate valorile parametrului real m pentru care funcția f este monotonă pe domeniul ei de definiție, unde $f : [-1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} \arcsin x + 3m^2 - 4, & x \in [-1, \frac{1}{2}] \\ 2x - 1 + \frac{\pi}{6} + m, & x \in (\frac{1}{2}, \infty) \end{cases}$.

- a) $m \in (-1, \frac{4}{3})$ b) $m = \frac{4}{3}$ c) $m = -1$ d) $m \in \emptyset$ e) $m \in (-\infty, -1)$ f) $m \in [-1, \frac{4}{3}]$

(10p) 9. Fie $z_1, z_2 \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$ cu $z_1^2 + z_2^2 = 0$. Să se calculeze $|z_1 z_2|$, știind că $|z_1 + z_2| = 3$.

- a) 1 b) $\sqrt{3}$ c) $\frac{3}{2}$ d) $\frac{9}{2}$ e) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ f) 3

(10p) 10. Să se determine domeniul de definiție al funcției f , $f(x) = \log_3 \left[-\log_{\frac{1}{3}} \left(5 + \frac{8}{\sqrt[6]{x}} \right) - 2 \right]$.

- a) $(0, 64)$ b) \mathbb{R}_+^* c) $(0, 27)$ d) $[2, 16)$ e) $(8, 32]$ f) \mathbb{R}^*

(10p) 11. Înmulțind afixul unui punct din plan cu numărul $\cos t + i \sin t$, punctul se rotește în sens trigonomic în jurul originii cu unghiul t . Să se determine coordonatele punctului $P(2, 4)$ după o rotație în sens trigonomic în jurul originii de 30° .

- a) $(\sqrt{3} - 2, 2\sqrt{3} - 1)$ b) $(\sqrt{3} + 2, 2\sqrt{3} + 1)$ c) $(\sqrt{3} - 2, 2\sqrt{3} + 1)$
d) $(\sqrt{3}, 2)$ e) $(1 + 2\sqrt{3}, 2 + \sqrt{3})$ f) $(1 - 2\sqrt{3}, 2 + \sqrt{3})$

(10p) 12. Câte numere reale x au proprietatea $\sqrt{x + [x]} + \sqrt{x + \sqrt{x}} = 1$?

- a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4 f) ∞

Notă. Fiecare subiect este obligatoriu. La fiecare subiect este corectă o singură variantă de răspuns. Pentru răspuns corect se acordă 10 puncte, pentru lipsa unui răspuns se acordă 2 puncte, iar pentru un răspuns incorect zero puncte. Timp de lucru 2 ore.