

# Concursul de Matematică Valeriu Alaci - 2015, faza finală

## Clasa a IX-a Secțiunea Științe ale Naturii

(10pt) **1.** Dacă  $f(2x) = \frac{2}{2+x}$   $\forall x > 0$ , atunci  $2f(x) =$

- a)  $\frac{2}{1+x}$       b)  $\frac{2}{2+x}$       c)  $\frac{4}{1+x}$       d)  $\frac{4}{2+x}$       e)  $\frac{8}{2+x}$       f)  $\frac{8}{4+x}$

(10pt) **2.** În sirul  $a_1, a_2, a_3, a_4, 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, \dots$  fiecare termen este suma precedenților doi termeni ai sirului. Aflați valoarea lui  $a_1$ .

- a) -3      b) -1      c) 0      d) 1      e) 2      f) 3

(10pt) **3.** Expresia  $\sin x \cos(x-y) - \cos x \sin(x-y)$  se poate scrie mai simplu

- a)  $\sin x$       b)  $\sin y$       c) 0      d)  $\cos x$       e)  $\cos y$       f) 1

(10pt) **4.** Numerele naturale  $a, b, c, d$  satisfac condițiile:  $a < 2b$ ,  $b < 3c$ ,  $c < 4d$ ,  $d < 2015$ . Dare este cea mai mare valoare posibilă a lui  $a$ ?

- a) 48327      b) 48335      c) 48351      d) 48356      e) 48359      f) 48360

(10pt) **5.** Dacă  $\sin x = 3 \cos x$ , cât este  $\sin x \cos x$ ?

- a)  $\frac{1}{6}$       b)  $\frac{1}{5}$       c)  $\frac{2}{9}$       d)  $\frac{1}{4}$       e)  $\frac{3}{16}$       f)  $\frac{3}{10}$

(10pt) **6.** Pe un cartonaș este scrisă o cifră. Se știe că trei dintre afirmațiile de mai jos sunt adevărate, iar una este falsă:

- I. Cifra de pe cartonaș este 1.
- II. Cifra de pe cartonaș nu este 2.
- III. Cifra de pe cartonaș este 3.
- IV. Cifra de pe cartonaș nu este 4.

Care din afirmațiile de mai jos este cu siguranță adevărată?

- |                      |                       |                        |
|----------------------|-----------------------|------------------------|
| a) I. este adevărată | b) II. este adevărată | c) III. este adevărată |
| d) I. este falsă     | e) II. este falsă     | f) IV. este falsă      |

(10pt) **7.** O coală de hârtie cu grosimea de 0,1 mm se împătură în două. Foaia obținută se împătură și ea în două și se continuă proceful, teoretic, de oricâte ori. Care este numărul minim de împăturiri pentru ca foaia obținută să aibă grosimea de cel puțin 1 dm?

(10pt) **8.** Aflați  $x + y$  știind că  $|x| + x + y = 10$  și  $x + |y| - y = 12$ .

(10pt) **9.** Calculați partea întreagă a numărului  $\sqrt{2015^2 - 2015 \cdot 2014 + 2014^2}$ .

(10pt) **10.** Se consideră vectorii  $\vec{a} = 4\vec{i} + \vec{j}$ ,  $\vec{b} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$ . Să se exprime vectorul  $\vec{v} = 5\vec{i} - 4\vec{j}$  în funcție de  $\vec{a}$  și  $\vec{b}$ .

(10pt) **11.** Fie funcțiile  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x - 1$ ,  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = x + 2$ . Să se rezolve în  $\mathbb{Z}$  inecuația  $|f(x)| \leq (f \circ g)(x) - (g \circ f)(x)$ .

(10pt) **12.** Fie  $ABCD$  un dreptunghi.

- Să se exprime  $\overrightarrow{BD}$  în funcție de  $\overrightarrow{AB}$  și  $\overrightarrow{AD}$ . (3pt)
- Să se exprime  $\overrightarrow{AB}$  în funcție de  $\overrightarrow{AC}$  și  $\overrightarrow{BD}$ . (7pt)

**Notă.** Fiecare subiect este obligatoriu. La primele 6 subiecte este corectă o singură variantă de răspuns. Pentru răspuns corect se acordă 10 puncte, iar pentru un răspuns incorrect zero puncte. Bifarea răspunzelui "Nu știu" se cuantifică cu 2 puncte.

La ultimele 6 subiecte se completează pe grila de răspunsuri doar rezultatul final. Pentru răspuns corect se acordă punctajul indicat, altfel zero puncte. Timp de lucru 2 ore.